

Das Federpendel und die Schwingungsdauer T

1. Herleitung der Formel für die Schwingungsdauer T

Für eine Feder gilt das Hook'sche Kraft-Gesetz:

$$F = -D \cdot y$$

Dabei ist F die Kraft, D die Federkonstante und y die Auslenkung der Feder aus der Ruheposition.

Für die Kraft gilt immer:

$$F = m \cdot a$$

mit der Masse m und der Beschleunigung a.

Gleichsetzen der Gleichungen ergibt:

$$\begin{aligned} m \cdot a(t) &= -D \cdot y(t) \\ a(t) &= -\frac{D}{m} y(t) \end{aligned}$$

Außerdem ist die Beschleunigung die 2. Ableitung des Ortes nach der Zeit:

$$a(t) = \ddot{y}(t)$$

Es gilt also

$$\ddot{y}(t) = -\frac{D}{m} y(t) \quad (1)$$

Man muss also eine Funktion y(t) finden, die 2 Mal abgeleitet (nach der Zeit) wieder sich selbst ergibt, allerdings mit einem Vorfaktor. Man wählt durch Intuition (Erfahrung, Ausprobieren, ...) die Funktion

$$y(t) = \sin(\omega \cdot t)$$

Die 2. Ableitung nach der Zeit ist

$$\ddot{y}(t) = -\omega^2 \sin(\omega \cdot t)$$

oder

$$\ddot{y}(t) = -\omega^2 y(t) \quad (2)$$

Vergleicht man jetzt die Formeln (1) und (2), dann sieht man, dass

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

sein muss.

Bedeutung von ω :

ω ist die „Kreisfrequenz“ und es gilt, dass $\omega = 2\pi f$ und damit $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ist. f ist die Frequenz, mit der das Pendel schwingt und wird in Hertz [1Hz = 1/s] angegeben.

Für die Schwingungsdauer T gilt:

$$T = \frac{1}{f}$$

Einsetzen von $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ergibt:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Das Einsetzen von $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ ergibt die gesuchte Formel:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Das hätte ich nicht besser machen können!
Inhaltlich und typografisch perfekt!
Vielen Dank, dass ich das korrigieren darf!

2. Schwingungsdauer des Experimentes, berechnet

Für die verschiedenen Massestücke im Experiment und die Federkonstante $D = 32,7 \text{ N/m}$ berechnen sich mit der Formel von oben folgende Werte:

m in kg	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
T in s	0,35	0,49	0,60	0,69	0,78	0,85	0,92	0,98	1,04

3. Schwingungsdauer des Experimentes, gemessen

Die Schwingungsdauer sollte experimentell gemessen werden. Dazu wurden zwei Messreihen mit 2 verschiedenen Massen durchgeführt. Um eine genauere Messung zu erzielen, wurden 5 Schwingungen gemessen. Die Schwingungsdauer T ist dann die gemessene Zeit geteilt durch 5.

	m in kg	0,2		0,4	
		5 Schwingungen	1 Schwingung (T)	5 Schwingungen	1 Schwingung (T)
1. Messung	t in s	2,68	0,536	3,82	0,764
2. Messung	t in s	2,77	0,554	3,7	0,74
3. Messung	t in s	2,73	0,546		
Durchschnitt			0,545		0,752

4. Schwingungsdauer aus Modell

Für die Schwingung wurde ein Modell programmiert. Es wird ein t-y Diagramm und ein t-v Diagramm ausgegeben. (siehe Abbildung 1 & Abbildung 2)

Im t-y Diagramm kann man jetzt die Schwingungsdauer ablesen, wenn man z. B. die Zeitdifferenz zwischen dem ersten und zweiten Minimum abliest.

Für ein Massestück von 0,2 kg kann man etwa 0,475 s ablesen. Für 0,4 kg liest man 0,68 s ab.

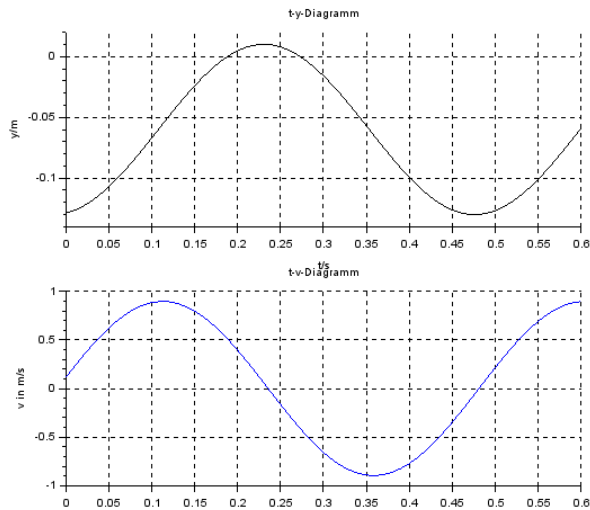


Abbildung 1: Modellierung der Schwingung mit einer Masse von 0,2 kg an der Feder.

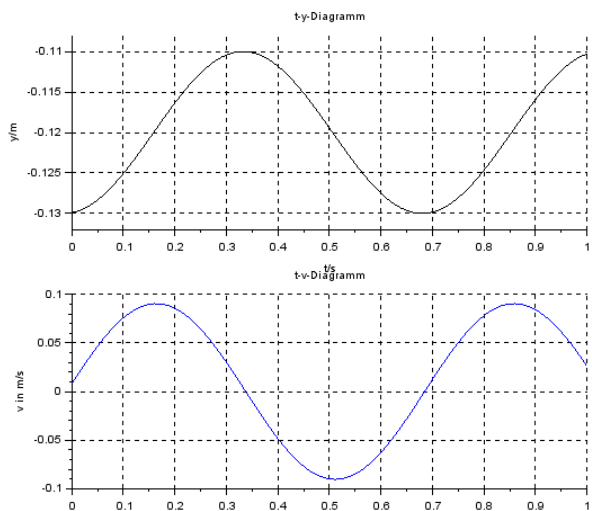


Abbildung 2: Modellierung der Schwingung mit einer Masse von 0,4 kg an der Feder.

5. Fazit

Die Schwingungsdauer wurde auf 3 verschiedene Weisen bestimmt.

Methode	$m = 0,2 \text{ kg}$	$m = 0,4 \text{ kg}$
Berechnung	0,49 s	0,69 s
Messung	0,545 s	0,752 s
Modell	0,475 s	0,68 s

Durch die Berechnung erhält man den genauesten Wert. Die aus dem Modell bestimmten Werte sind etwas ungenau, da man die Werte aus dem Diagramm abliest, sie sind aber immer noch nah am berechneten Wert. Die gemessenen Werte weichen stark ab. Das liegt daran, dass man nur sehr schwer erkennen kann, wann die Auslenkung der Feder wieder

maximal ist und man gleichzeitig die Stoppuhr stoppen muss. Das ließe sich verbessern, indem man die Zeit automatisch, z. B. mit einer Lichtschranke, stoppen würde.

Natürlich könnte man auch 10 oder 20 Schwingungen messen, wodurch der relative Fehler kleiner würde.

6. Quellen

- [1] Unterrichtsmaterialien
- [2] Mechanische Schwingungen: <http://www.leifiphysik.de/mechanik/mechanische-schwingungen/mechanische-schwingungen-grundbegriffe>
- [3] Kreisfrequenz: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kreisfrequenz>

Es ist nicht übertrieben, wenn ich sage, dass deine Arbeit zu den besten physikal. HA zählt, die ich jemals in der EF gelesen habe.