



Name: _____

Abiturprüfung 2008

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe 1: Das Zyklotron

Zur Erforschung von Elementarteilchen und auch zum Einsatz in Medizin und Technik benötigt man Teilchen, die hohe Energie besitzen. Diese hohen Energien erreicht man in so genannten Beschleunigern. Eine spezielle Ausführung eines Beschleunigers ist das Zyklotron.

Die prinzipielle Funktionsweise des Zyklotrons kann man den beiden folgenden Abbildungen 1a und 1b entnehmen.

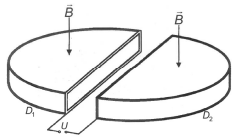


Abbildung 1a

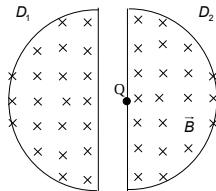


Abbildung 1b: Ansicht von oben (Draufsicht)

Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum.

Sie besteht hauptsächlich aus zwei innen hohlen D-förmigen Elektroden D_1 und D_2 , deren Form man sich wie eine in zwei Teile geschnittene flache Dose vorstellen kann.

An diese Elektroden, die so genannten Duanten, wird eine Spannung U angelegt, die ein elektrisches Feld erzeugt, das nur im Spalt zwischen den Duanten, nicht aber im Inneren der hohlen Duanten vorhanden ist.



Name: _____

Die Breite des Spalts zwischen den Duanten ist klein gegen ihren Durchmesser.

Im Punkt Q befindet sich eine Protonenquelle, die Protonen mit der Anfangsgeschwindigkeit $v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ liefert.

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass das homogene Magnetfeld nur im Inneren der Duanten, nicht aber im Bereich des Spalts zwischen ihnen wirkt.

Vom Einfluss der Schwerkraft soll abgesehen werden.

a) Zunächst sei an die Duanten eine **Gleichspannung** derart angelegt, dass der linke Duant D_1 negativ geladen ist. Bei einer bestimmten Stärke des Magnetfeldes B ergibt sich die in Abbildung 2 dargestellte Bahnkurve eines Protons.

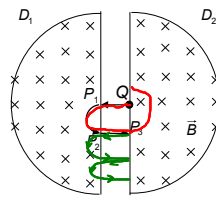


Abbildung 2

Geben Sie begründet die verschiedenen Bewegungsformen des Protons bis zum Erreichen des Punktes P_3 an.

Skizzieren Sie in Abbildung 2 die weitere Bahnkurve des Protons, nachdem dieses den Punkt P_3 erreicht hat, und begründen Sie sie. (12 Punkte)



Name: _____

b) Nun wird die zwischen den Elektroden anliegende Spannung umgepolt, sobald sich das Proton zum ersten Mal im Inneren des Duanten D_1 befindet.

Erläutern und begründen Sie unter diesen Bedingungen die Bewegung eines Protons beginnend bei der Protonenquelle. Bis P_3 wie a); vom $P_2 \rightarrow P_3$ aber (par.) beschl. Skizzieren Sie seine Bahn (in Abbildung 2 gestrichelt) bis zum erstmaligen Austritt aus dem Duanten D_2 . (8 Punkte)

$$v_{s1} > v_{s2} \quad \leftarrow \quad v_3 > v_2$$

c) Die Aufenthaltsdauer eines Protons in einem Duanten kann mit folgender Beziehung berechnet werden: $t_D = \frac{\pi \cdot m_p}{q \cdot B} = \frac{1}{2} T$

m_p	Masse des Protons
q	Ladung des Protons
B	Betrag der magnetischen Feldgröße

$T = \text{Umlaufdauer d. Kreisbew.}$
 $F_c = F_g \Leftrightarrow m \frac{v^2}{r} = q v B \wedge \frac{v}{r} = \omega = \frac{2\pi}{T}$
 $\Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$

Leiten Sie diese Beziehung begründet her. v u. r , d.h. beide wachsen in gleichem Maße
 Begründen Sie, warum die Aufenthaltsdauer nicht vom Radius abhängt und daher der Radius nicht in der angegebenen Beziehung vorkommt. (7 Punkte)

d) Die Geschwindigkeit des Protons soll jetzt schrittweise erhöht werden. Dazu wird an die Duanten eine Wechselspannung mit einer konstanten Frequenz angelegt.

Begründen Sie anhand der oben angegebenen Beziehung für die Aufenthaltsdauer t_D , dass durch Anlegen einer Wechselspannung mit einer **konstanten** Frequenz eine schrittweise Erhöhung der Geschwindigkeit möglich ist.

Hinweis: Da die Breite des Spalts zwischen den Duanten klein gegen ihren Durchmesser ist, kann die Beschleunigungszeit im Spalt dabei vernachlässigt werden.

Berechnen Sie begründet – unter Einbeziehung der Einheitenumformung – die Frequenz f der Wechselspannung, wenn die Stärke B des Magnetfeldes 1,5 T beträgt. (9 Punkte)



Name: _____

- e) Bei den folgenden Berechnungen soll angenommen werden, dass zur Erzielung einer optimalen Beschleunigung die Protonen den Spalt jeweils dann durchlaufen, wenn die angelegte Wechselspannung ihren Maximalwert hat.

Der Scheitelwert der Wechselspannung sei $U_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$.

Da die zum Durchlaufen des Spalts benötigte Zeit im Vergleich zur Umlaufzeit sehr kurz ist, soll zur Vereinfachung der folgenden Berechnungen die angelegte Spannung während dieser Zeit konstant den Wert U_0 haben. Die Stärke B des Magnetfeldes sei $1,5 \text{ T}$.

Berechnen Sie die erreichbare Energie in MeV eines Protons nach 100 Umläufen.

Berechnen Sie klassisch die dann erreichte Geschwindigkeit.

Berechnen Sie den Durchmesser, den ein Zyklotron in diesem Fall mindestens besitzen muss. (9 Punkte)

- f) Wenn die Protonen sehr hohe Geschwindigkeiten erreichen, muss man relativistische Effekte berücksichtigen. Diese führen dazu, dass Teilchen mit einem Zyklotron obiger Bauart (auch bei ggf. vergrößerten Abmessungen) nur auf eine bestimmte maximale Energie beschleunigt werden können, weil sie, wie man sagt, „aus dem Takt“ geraten.

Erklären Sie, welcher relativistische Effekt in diesem Fall eine entscheidende Rolle spielt. Erläutern Sie qualitativ, warum die Protonen „aus dem Takt“ geraten und daher nur auf eine bestimmte maximale Energie beschleunigt werden können. (6 Punkte)



Name: _____

- g) Elektronen können mit einem Zyklotron der bisher behandelten Bauart nur auf relativ kleine Energien beschleunigt werden. Daher wurde eine Modifikation entwickelt, die zum so genannten Elektronenzyklotron führte.

Dabei wird zur Beschleunigung von Elektronen der Scheitelwert der angelegten Wechselspannung auf genau 511 kV eingestellt.

Zeigen Sie, dass die kinetische Energie eines Elektrons bei jedem Durchqueren des Spalts um die Ruheenergie zunimmt.

Man kann die Masse nach dem n -ten Umlauf durch die Beziehung $m = m_0 \cdot (2 \cdot n + 1)$ ausdrücken, d. h., die Umlaufzeit wächst bei jedem Umlauf gemäß der in Teilaufgabe c) angegebenen Beziehung.

Begründen Sie, warum die Frequenz (bzw. Periodendauer) der Wechselspannung trotzdem konstant gewählt werden kann. (6 Punkte)