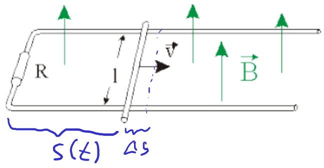
3. Ein waagrecht angeordneter und auf der rechten Seite offener Drahtrahmen der Breite l = 10cm wird von einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B = 0,90 T senkrecht durchsetzt (s. Abbildung). Ein Leiterstück liegt auf dem Drahtrahmen und wird durch eine äußere Kraft F mit der konstanten Geschwindigkeit v = 25cm/s nach rechts bewegt. Der Widerstand im linken Teil des Drahtbügels besitzt den Wert R = 0,50Ω, der Widerstand des restlichen Drahtbügels und des Leiterstücks sowie Kontaktwiderstände sind vernachlässigbar.



a) Bestimmen Sie unter Verwendung des Induktionsgesetzes die Spannung U_i, die zwischen den beiden Auflagepunkten des Leiterstücks induziert wird, sowie die Stärke I des im geschlossenen Kreis fließenden Stroms. [zur Kontrolle: I = 45mA] (8 BE)

b) Berechnen Sie die Kraft F, mit der am Leiterstück gezogen werden muss. Reibungskräfte sollen unberücksichtigt bleiben. [zur Kontrolle: F = 4,1mN] (4 BE)

c) Bestimmen Sie die mechanische Arbeit W_m, die während der Zeitspanne Δt = 10s verrichtet wird und die im Widerstand R umgesetzte elektrische Energie ΔW_{el} für diese Zeitspanne unter Verwendung der Ergebnisse der Teilaufgaben a) und b).
Vergleichen Sie die beiden Werte und interpretieren Sie das Ergebnis.

d) Zeigen Sie, dass für die magnetische Kraft F auf den Leiter gilt:

$$F = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R}$$

Der mit v = 25cm/s bewegte Leiter wird nun losgelassen. Begründen Sie, warum die Geschwindigkeit des Leiters zeitlich nicht linear abnimmt und skizzieren Sie qualitativ das zugehörige t-v-Diagramm.

a) geg.: $B, l, v, R \quad , n = 1$

ges.: U_{ind}

$$= -n \cdot \dot{\phi} \overset{hier}{=} -n \cdot B \cdot \dot{A}$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = l \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = l \cdot v$$

$$\Rightarrow U_{ind} = -B \cdot l \cdot v = \underline{\underline{-22{,}5\,mV}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{R} = \underline{\underline{45\,mA}}$$

b) $F_L = l \cdot I \cdot B \qquad \left(B = \frac{F}{I \cdot l} \Rightarrow F_L = q \cdot v \cdot B \right)$

$$= 0{,}1\,m \cdot 45 \cdot 10^{-3}\,A \cdot 0{,}9\,T = 4{,}1\,mN$$

c) $W_m = F_s \cdot s \overset{hier}{=} F_L \cdot \Delta s = F_L \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot 10\,s = F_L \cdot v \cdot 10\,s$

$$= 4{,}1\,mN \cdot 0{,}25\,m/s \cdot 10\,s = \underline{\underline{10{,}1\,mJ}}$$

$$W_{el} = U \cdot I \cdot t = 22{,}5\,mV \cdot 45\,mA \cdot 10\,s = \underline{\underline{10{,}1\,mJ}}$$

$W_{hub} = E_{Lage} = m \cdot g \cdot h = 100 \cdot 100 \cdot 10 = 10^5\,g\,m/s^2 \cdot cm$

$= 0{,}1\,kg \cdot 10\,m/s^2 \cdot 1\,m$

$= \underline{\underline{1\,J}}$

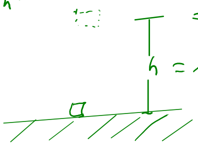
$J := [F] \cdot [s]$

$= 1\,N \cdot 1\,m$

$= kg\,m/s^2 \cdot m$

$g \approx 10\,m/s^2$

$m = 100\,g$



$1\,kWh = 1000\,W \cdot 3600\,s = 3{,}6 \cdot 10^6\,J$

d) $F_L = l \cdot I \cdot B = l \frac{U}{R} \cdot B = l \frac{l B v}{R} \cdot B$

$$= \frac{B^2 l^2 v}{R} \quad \square$$

$U = U_{ind} = l \cdot B \cdot v$ (s. a))

$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \Rightarrow [P] = 1\,J/s =: 1\,W$ (Watt)

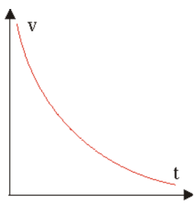
$W = E = P \cdot t$

Rest:
s. Lsg.:

d) Wird der Leiter losgelassen, so entfällt die nach rechts wirkende mechanische Kraft. Auf den Leiter wirkt zunächst nur die durch obige Formel beschriebene Kraft nach links. Dadurch erhält das Leiterstück nach dem 2. NEWTON'schen Axiom die Beschleunigung

$$F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{B^2 \cdot l^2}{R \cdot m} \cdot v \sim v$$

Es handelt sich also nicht um eine konstante Verzögerung, welche eine lineare Abnahme der Geschwindigkeit mit der Zeit bewirken würde. Die negative Beschleunigung ist geschwindigkeitsabhängig, d.h. die Beschleunigung (= Steigung im t-v-Diagramm) wird mit der Zeit betragsmäßig immer kleiner.



$P = U \cdot I$ = el. Leistung

$\Rightarrow W_{el} = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$

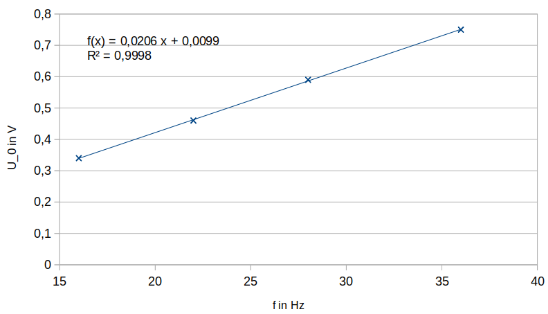
4. In einem homogenen Magnetfeld mit der Flussdichte B befindet sich eine flache Induktionsspule mit der Querschnittsfläche A_0 = 40 cm^2 und der Windungszahl N = 500. Die Drehachse liegt in der Spulenebene und steht senkrecht auf den Feldlinien des Magnetfelds. Wenn die Induktionsspule mit konstanter Frequenz f rotiert, wird in ihr eine sinusförmige Wechselspannung mit dem Scheitelwert U_0 induziert. Indem f auf verschiedene Werte eingestellt wird, ermittelt man die folgende Messreihe:

f in Hz	16	22	28	36
U_0 in V	0,34	0,46	0,59	0,75

a) Zeigen sie durch graphische Auswertung, dass U_0 zu f direkt proportional ist und ermitteln sie den Wert des Proportionalitätsfaktors k.

b) Bestätigen sie, ausgehend vom Induktionsgesetz, dass für den Proportionalitätsfaktor k aus Teilaufgabe a gilt: k = 2·π·N·A_0·B. Berechnen Sie B.

a)



$\Rightarrow k = 0{,}21 \quad \Rightarrow U_0 = k \cdot f \qquad \left(\Rightarrow [k] = \frac{[U]}{[f]} = Vs \right)$

b) $U_{ind} = -n\,\dot{\phi} \overset{hier}{=} -n \cdot B \cdot \dot{A} = -n \cdot B \cdot (-\omega) \cdot A_0 \cdot \sin(\omega t)$

$$= \underbrace{n B A_0 \omega}_{U_0 \sim f, \text{ also } U_0 = k \cdot f} \cdot \sin(\omega t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$$

$A(t) = A_0 \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow \dot{A} = -A_0\,\omega \cdot \sin(\omega t)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$$\Rightarrow \boxed{k = n \cdot B \cdot A_0 \cdot 2\pi} \quad \square$$

$$B = \frac{k}{2\pi n A_0} = \frac{0{,}21\,Vs}{2\pi\,500 \cdot 40 \cdot 10^{-4}\,m^2} = \underline{\underline{16{,}7\,mT}}$$